Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p 1. Arătați că $(3-\sqrt{6})^2 - 2\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}-3\sqrt{2}) = 9$.

5p 2. Se consideră funcția $f:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}, f(x) = 4x-1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)\cdot f(0)+f(3)=0$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $16\cdot 2^{2x} = 8^x$.

5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4\}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2;1), B(5;4) și C(− 1;4). Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

5p (5p) 6. Demonstrați că $(\mathrm{tg}30^0+\mathrm{tg}60^0)\cdot\sin 60^0 = 2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricile $A(a)=\begin{pmatrix}1 & -1\\ a & 3\end{pmatrix}$, unde $a\in\mathbf{R}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p a) Arătați că $\det A(2)=5$.

5p b) Arătați că $A(-1)+A(3)=2A(1)$.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ -2 & 1\end{pmatrix}=5I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\star y = xy-2(x+y)+6$

5p a) Arătați că $(-3)\star 3=-3$.

5p b) Demonstrați că $x\star y=(x-2)(y-2)+2$.

5p c) Determinați valorile întregi ale lui m pentru care $(m-1)\star m\le 2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0;\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x^2+2x}$.

5p a) Arătați că $f'(x)=\frac{-2(x+1)}{(x^2+2x)^2}$, pentru orice $x\in(0;\infty)$.

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abcisă $x=1$.

5p c) Să se studieze monotonia lui f.

2. Se consideră funcțiile $f,F:(0;\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}\right)$, $F(x)=2\cdot\ln x-\frac{1}{x^2}+2$.

5p a) Arătați că F(x) este o primitivă a lui f(x) pe $(0;\infty)$.

5p b) Să se arate că $\int x\cdot(F(x)-2\cdot\ln x)dx = x^2-\ln x+C$.

5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este concavă pe $(0;\infty)$.